第47講　総合演習6

1

図1のように透磁率 μ [N/A^2＝H/m＝Wb/(A·m)] の丸棒に全巻き数 N_1 のコイル1および全巻き数 N_2 のコイル2が巻きつけてある。丸棒および2つのコイルの断面積は S [m^2] であり，コイルの長さはともに l [m] である。以下の問に答えよ。ただし，丸棒の内部では磁束は一様であるとし，コイルの直流抵抗は無視できるものとする。

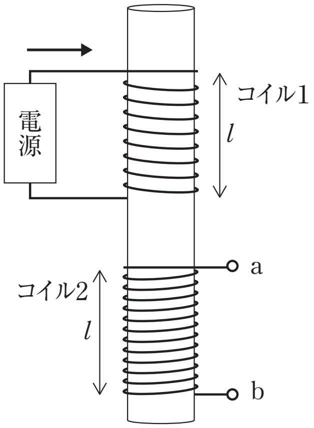


図1

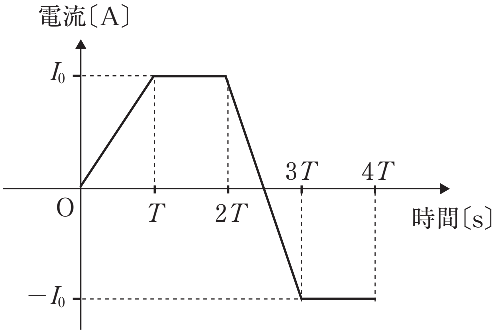


図2

(1)　コイル1に図1の矢印の向きに大きさ I [A] の電流を流したときに，コイル2の1巻きを貫く磁束の大きさを求めよ。

(2)　時刻0から $4T$ [s] の間にコイル1の電流を図2のように変化させるとき，コイル2の両端に発生する起電力をグラフに描け。縦軸の1目盛の大きさは自由に設定してよく，それをグラフに示す必要はないが，解答欄にはこの起電力の最大値と最小値の式を記入すること。ただし，コイル1に流れる電流の向きは図1の矢印の向きを正とし，コイル2に生じる起電力は図1のa側がb側より高電位のときを正とする。

(3)　コイル1とコイル2の自己インダクタンスをそれぞれ求めよ。また，これらのコイル間の相互インダクタンスを求めよ。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

次に，図3のようにコイル1には抵抗値 R_1［Ω］の抵抗 R_1 とスイッチ SW_1 をつなぎ，コイル2には抵抗値 R_2［Ω］の抵抗 R_2，内部抵抗を無視できる起電力 E［V］の電池，電気容量 C［F］のコンデンサー，およびスイッチ SW_2 をつなぐ。はじめは SW_1 および SW_2 を開いておく。

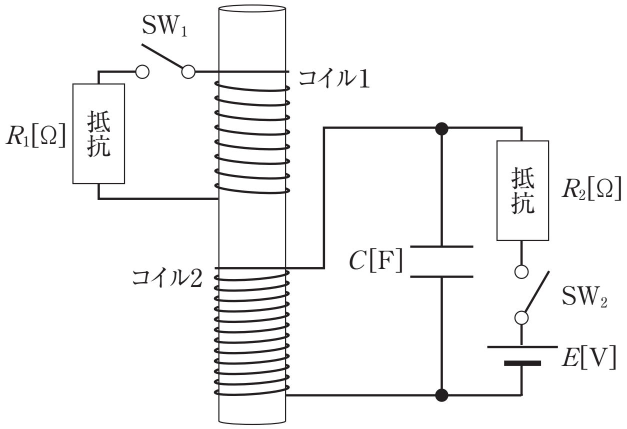


図3

(4)　コイル2に電流が流れておらず，コンデンサーに電荷が蓄えられていない状態で，SW_2 を閉じた。この瞬間にコイル2に流れる電流の大きさとコンデンサーに流れる電流の大きさをそれぞれ求めよ。

(5)　SW_2 を閉じてからじゅうぶん時間がたったときに，コイル2に蓄えられているエネルギーを求めよ。

(6)　その後，SW_2 を開いた。この状態でじゅうぶん長い時間が経過する間での，コンデンサーに蓄えられる電気量の最大値を求めよ。

(7)　最後に，SW_1 を閉じた。この後，抵抗 R_1 で発生するジュール熱の総量を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図のように，傾斜 θ の斜面上に導体でできた2本のレールを距離 l を隔てて平行に固定する。レールの上端には抵抗値 R の抵抗がつけてある。この空間には磁束密度 B の磁場が鉛直上向きにかけてある。

このレールの上に質量 m の導体棒を静かに置くと，棒はレール上を摩擦なく，レールと垂直のまま斜面下方へ滑り出した。以下の［　　］をうめる数値，数式を答えよ。

なお，重力加速度の大きさを g とし，抵抗器以外の抵抗は無視してよい。

(1)　棒が動きだし，ある速さ u で斜面上をすべり降りているとき，棒に生じる誘導起電力の大きさは［(1)］である。しばらくすると，棒はある一定の速さとなった。このとき，棒に流れる電流は［(2)］であり，抵抗で単位時間当たりに発生するジュール熱は［(3)］である。

(2)　次に，抵抗を外し，代わりに自己インダクタンス L のコイルをつなげて同じ実験をする。なお，棒を放した位置を原点として，斜面下向きに x 軸をとる。また，微小な時間変化を Δt とする。

棒が斜面を速さ v で運動しているとき，コイルを流れる電流を図の矢印の向きを正として I とすると，キルヒホッフの第2法則から

$$L\frac{\Delta I}{\Delta t}=\boxed{(4)}\quad\cdots\cdots①$$

が成り立つ。また，棒の斜面方向について運動方程式は

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t}=\boxed{(5)}\quad\cdots\cdots②$$

となる。ただし，加速度を $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ と書いた。

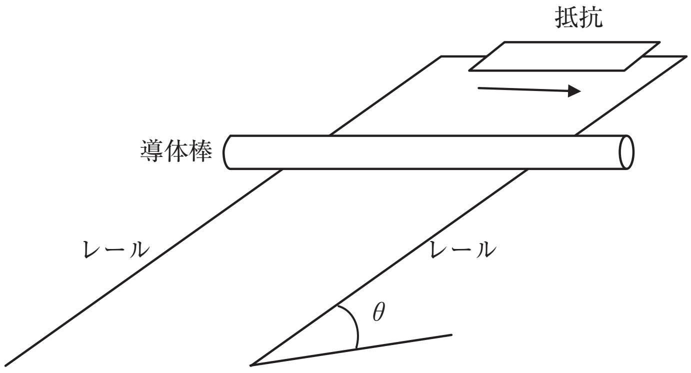
$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ と書けることと①から，Δx と ΔI の関係式［(6)］を得る。これと，棒が $t=0$ で $x=0$ にあったことから，x と I の関係式

$$I=\boxed{(7)}\times x\quad\cdots\cdots③$$

が得られる。

②と③より，棒は中心が $x=$［(8)］，周期が［(9)］の単振動をすることが分かる。また，棒の速さの最大値は［(10)］である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。



＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 47 講　確認テスト

図１のように空気中に，絶縁被覆した導線を一様に巻いた断面積 S，長さ l，単位長さあたりの巻数 n_1 のソレノイドコイル１があり，その上から単位長さあたりの巻数 n_2 のソレノイドコイル２を，コイル１と同じ長さ l になるように巻き付けた。ただし，$n_1 > n_2$ とし，コイル１の両端の端子を a_1，b_1，コイル２の両端の端子を a_2，b_2 とする。コイル１の自己インダクタンスを L_1，コイル２の自己インダクタンスを L_2，コイル１とコイル２の相互インダクタンスを M で表す。空気の透磁率を μ とし，コイル１およびコイル２の内部にできる磁界は一様であるとして，下の問（問１～問５）に答えよ。〔解答番号 [1] ～ [7]〕

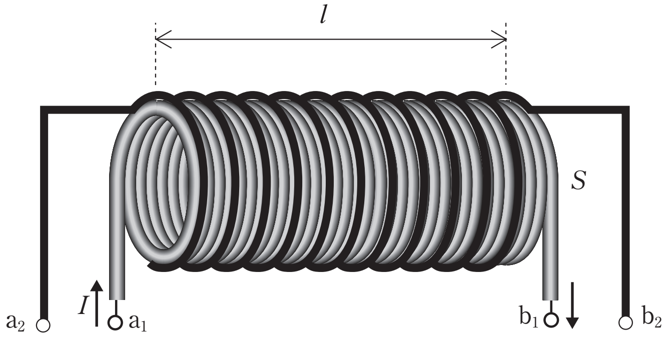


図１

問１　コイル１に電流 I を流すとき（図１），コイル１の内部の磁束密度はどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。[1]

① $\mu n_1 I$　② $\mu n_1 l I$　③ $\mu \dfrac{n_1}{S} I$　④ $\mu \dfrac{n_1}{l} I$　⑤ $n_1 I$

⑥ $n_1 l I$　⑦ $\dfrac{n_1}{S} I$　⑧ $\dfrac{n_1}{l} I$

問２　コイル１に図１の矢印の向きに流す電流 I を時間 Δt の間に ΔI だけ増加させるとき，コイル２の端子 b_2 に対する端子 a_2 の電位は，コイル１とコイル２の相互インダクタンス M を用いてどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。
[2]

① $MI\Delta I$　② $-MI\Delta I$　③ $\dfrac{M}{2}\Delta I \Delta t$　④ $-\dfrac{M}{2}\Delta I \Delta t$

⑤ $M\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$　⑥ $-M\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$　⑦ $\dfrac{M}{2}\left(\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right)^2$　⑧ $-\dfrac{M}{2}\left(\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right)^2$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問3　コイル1を流れる電流が変化すると問1の磁束密度が変化して，コイル2に誘導起電力が生じる。この誘導起電力を問2の結果と比較してコイル1とコイル2の相互インダクタンスMを求めると，Mはいくらか。また，同様にしてコイル1の自己インダクタンスL_1を求めると，L_1はいくらか。正しいものを，下の①～⑧のうちから一つずつ選べ。

$M=$ [3]　　$L_1=$ [4]

① $\mu n_1 S$　② $\mu n_1{}^2 S$　③ $\mu n_1{}^2 lS$　④ $\mu \dfrac{n_1{}^2}{l} S$

⑤ $\mu n_2 S$　⑥ $\mu n_1 n_2 S$　⑦ $\mu n_1 n_2 lS$　⑧ $\mu \dfrac{n_1 n_2}{l} S$

問4　コイル2の両端の端子a_2，b_2が図1のようにどこにもつながっていない場合には，問2のように電流を増加させるときに外部からする仕事が，コイル1のエネルギーとして蓄えられる。いま，図2のように，コイル1の端子b_1をコイル2の端子a_2と導線でつないでからコイル1，2に電流Iを流すと，二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計はいくらか。また，図3のように，コイル1の端子b_1をコイル2の端子b_2と導線でつないでからコイル1，2に電流Iを流すと，二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計はいくらか。正しいものを，下の①～⑨のうちから一つずつ選べ。

図2の二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計は [5]

図3の二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計は [6]

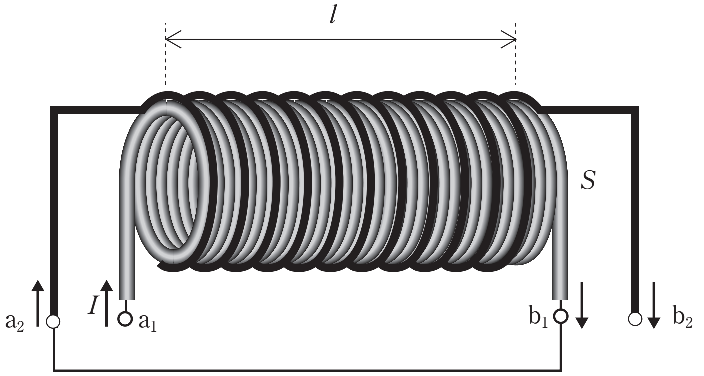


図2

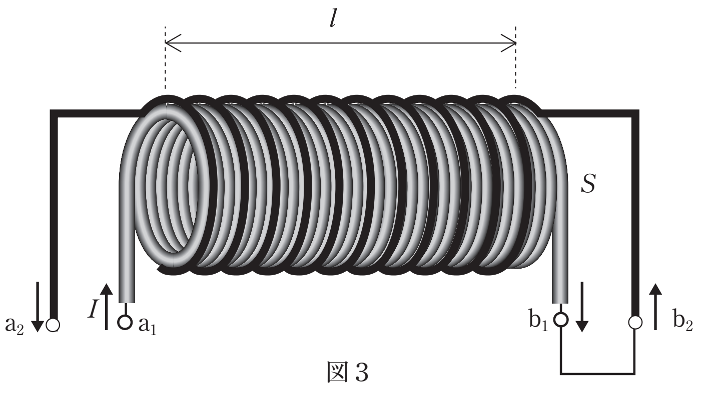


図3

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

① $\frac{1}{2}MI^2$　② $\frac{1}{2}(L_1-L_2)I^2$　③ $\frac{1}{2}(L_1+L_2)I^2$

④ $\frac{1}{2}(L_1-L_2+M)I^2$　⑤ $\frac{1}{2}(L_1+L_2-M)I^2$　⑥ $\frac{1}{2}(L_1+L_2+M)I^2$

⑦ $\frac{1}{2}(L_1-L_2+2M)I^2$　⑧ $\frac{1}{2}(L_1+L_2-2M)I^2$　⑨ $\frac{1}{2}(L_1+L_2+2M)I^2$

問5　図3の場合のコイル1の内部の磁束密度の大きさは，問1の磁束密度の大きさの何倍か。正しいものを，次の①～⑨のうちから一つ選べ。 **7** 倍

① $\frac{n_2}{n_1}$　② $\frac{n_1-n_2}{n_1}$　③ $\frac{n_1+n_2}{n_1}$　④ $n_2 l$

⑤ $\frac{{n_2}^2}{n_1}l$　⑥ $\frac{{n_1}^2-{n_2}^2}{n_1}l$　⑦ $\frac{{n_1}^2+{n_2}^2}{n_1}l$　⑧ $\frac{(n_1-n_2)^2}{n_1}l$

⑨ $\frac{(n_1+n_2)^2}{n_1}l$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

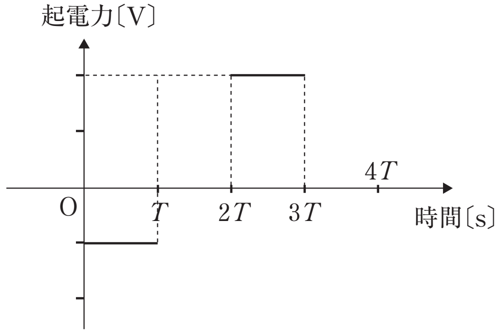
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 47 講　解答

1

(1) $\dfrac{\mu N_1 S}{l}I$ [Wb]　(2) 最大値 $\dfrac{2\mu N_1 N_2 S}{l}\cdot\dfrac{I_0}{T}$ [V]　最小値 $-\dfrac{\mu N_1 N_2 S}{l}\cdot\dfrac{I_0}{T}$ [V]



(3) コイル１の自己インダクタンス $\dfrac{\mu N_1{}^2 S}{l}$ [H]

コイル２の自己インダクタンス $\dfrac{\mu N_2{}^2 S}{l}$ [H]

相互インダクタンス $\dfrac{\mu N_1 N_2 S}{l}$ [H]

(4) コイル２：0 [A]　コンデンサー $\dfrac{E}{R_2}$ [A]　(5) $\dfrac{1}{2}\dfrac{\mu N_2{}^2 S}{l}\left(\dfrac{E}{R_2}\right)^2$ [J]

(6) $\sqrt{\dfrac{\mu SC}{l}}\dfrac{N_2 E}{R_2}$ [C]　(7) $\dfrac{1}{2}\dfrac{\mu N_2{}^2 S}{l}\left(\dfrac{E}{R_2}\right)^2$ [J]

2

(1) $Blu\cos\theta$　(2) $\dfrac{mg}{Bl}\tan\theta$　(3) $\left(\dfrac{mg}{Bl}\tan\theta\right)^2 R$

(4) $Blv\cos\theta$　(5) $mg\sin\theta - IBl\cos\theta$

(6) $Bl\cos\theta\cdot\Delta x = L\cdot\Delta I$　(7) $\dfrac{Bl}{L}\cos\theta$

(8) $\dfrac{mgL\sin\theta}{B^2 l^2\cos^2\theta}$　(9) $\dfrac{2\pi\sqrt{mL}}{Bl\cos\theta}$　(10) $\dfrac{\sqrt{mL}\,g\tan\theta}{Bl}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 47 講　確認テスト

【解答】

問１　1　①　　問２　2　⑤　　問３　3　⑦　　4　③

問４　5　⑨　　6　⑧　　問５　7　②

【解説】

問１

$$B=\boldsymbol{\mu n_1 I}\ _1$$

問２

$$V_2=\boldsymbol{M\frac{\Delta I}{\Delta t}}\ _2$$

問３

コイル１の電流が ΔI だけ変化したとき，コイル１，２の内側を貫く磁束は

$$\Delta\phi=\Delta B\cdot S=\mu n_1 S\cdot\Delta I$$

となる。よって，コイル２に生ずる誘導起電力は，ファラデーの電磁誘導の法則より

$$V_2=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\times(n_2 l)=\mu n_1 n_2 lS\cdot\frac{\Delta I}{\Delta t}$$ （b_2 に対して a_2 が高い時を正とした）

$$\therefore\quad M=\boldsymbol{\mu n_1 n_2 lS}\ _3$$

同様にコイル１の起電力は

$$V_1=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\times(n_1 l)=\mu n_1{}^2 lS\frac{\Delta I}{\Delta t}$$ （b_1 に対して a_1 が高い時を正とした）

$$\therefore\quad L_1=\boldsymbol{\mu n_1{}^2 lS}\ _4$$

問４

図２の場合，電磁の向きに対してコイル１とコイル２を貫く磁場の向きは同じなので，２つあわせたもののインダクタンスは

$$\mu(n_1+n_2)^2 lS=\mu n_1{}^2 lS+\mu n_2{}^2 lS+2\cdot\mu n_1 n_2 lS=L_1+L_2+2M$$

となる。よって電流を I だけ流すときにコイルが持つエネルギーの合計は

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}(L_1+L_2+2M)I^2}\ _5$$

同様に図３のとき，合成インダクタンスは L_1+L_2-2M となるので，合計エネルギーは

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}(L_1+L_2-2M)I^2}\ _6$$

問５

$$\frac{\mu n_1 I-\mu n_2 I}{\mu n_1 I}=\boldsymbol{\frac{n_1-n_2}{n_1}}\ _7$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。